

Họ và tên:
Số báo danh:

Mã đề 0101

Phần I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

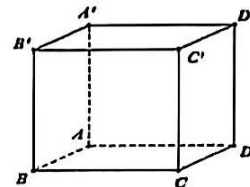
Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm mệnh đề sai?

A. $(\overline{AD}; \overline{A'B'}) = 90^\circ$.

B. $(\overline{A'A}; \overline{CB'}) = 45^\circ$.

C. $(\overline{AB}; \overline{A'C'}) = 45^\circ$.

D. $(\overline{AC}; \overline{B'D'}) = 90^\circ$.



Câu 2: Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng 8 biết rằng lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt 5 chấm.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{1}{36}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

x	$-\infty$	-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			1				$+\infty$

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 -1 -1

A. $(-3; 0)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(-3; 3)$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

A. $q = -2$.

B. $q = 2$.

C. $q = -\frac{1}{2}$.

D. $q = \frac{1}{2}$.

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 4 = 0$, khi đó một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (-1; 2; 4)$.

B. $\vec{n} = (1; -2; 0)$.

C. $\vec{n} = (1; -2; -4)$.

D. $\vec{n} = (-1; 2; -4)$.

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{a}$ thỏa mãn $\vec{a} = 4\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$. Tọa độ vector $\vec{a}$ là

A. $(-5; 4; 3)$.

B. $(4; 3; -5)$.

C. $(-4; -3; 5)$.

D. $(3; 4; -5)$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = 3^x + 1$. Một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $F(x) = 3^x + x$.

B. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3}$.

C. $F(x) = 3^x \ln 3$.

D. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} + x$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^5 f(x) dx = 6, \int_2^5 f(x) dx = 2$. Giá trị của biểu thức

$$\int_0^2 f(x) dx \text{ bằng}$$

A. 8.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 9: Khảo sát thời gian ứng dụng AI vào học tập trong một ngày của học sinh lớp 12A, thu được mẫu số liệu như sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số học sinh	5	8	14	10	6

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng (làm tròn kết quả hàng phần trăm)?

- A. 31,95. B. 31,94. C. 32,96. D. 32,97.

Câu 10: Phương trình $\sin x + 1 = 0$ có nghiệm là

- A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 11: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) + 3 > 0$ là

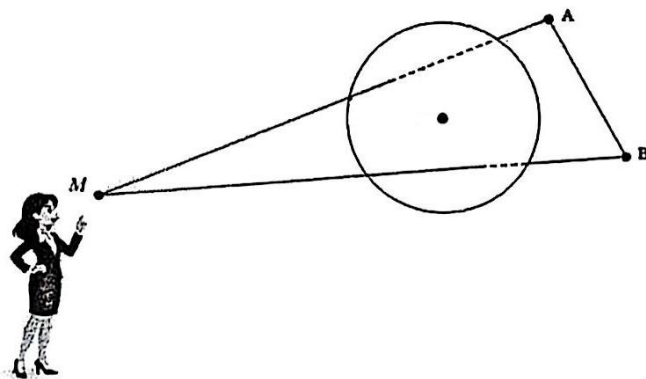
- A. $(-\infty; 9)$. B. $(9; +\infty)$. C. $(1; 9)$. D. $(1; 7)$.

Câu 12: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x+2}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. $\frac{10}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. 3. D. 2.

Phần II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mắt một người quan sát đặt tại điểm $M(1; 2; 3)$ và quan sát một thanh AB với $A(7; 8; -3)$, $B(2; 3; -3)$. Một tấm bìa cứng có dạng hình tròn thuộc mặt phẳng (Oxy) có tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính R và che khuất hoàn toàn thanh AB đối với người quan sát tại điểm M .



- a) Vector $\overrightarrow{MA} = (6; 6; -6)$.
b) Đường thẳng AB tạo với mặt phẳng chứa tấm bìa một góc 30° .
c) Phương trình đường thẳng $MA: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 3 - t \end{cases}$
d) Tấm bìa có bán kính nhỏ nhất bằng $\sqrt{41}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 100}{x}$.

- a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng có phương trình $y = x - 1$.

c) Hàm số $y = f(x)$ không có điểm cực trị.

d) Xí nghiệp A sản xuất x sản phẩm với tổng chi phí được cho bởi công thức $C(x) = x^2 - x + 100$ (đơn vị ngàn đồng, $x > 1$). Khi đó chi phí sản xuất trung bình của một sản phẩm thấp nhất bằng 19 ngàn đồng.

Câu 3: Từ một nhóm học sinh gồm 6 học sinh lớp 10A, 8 học sinh lớp 10B và 7 học sinh lớp 10C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ nhóm học sinh trên?

a) Số cách chọn 5 học sinh tùy ý là 20349 cách.

b) Số cách chọn 5 học sinh có đủ cả ba lớp sao cho số học sinh lớp 10C lớn hơn hai là 1860 cách.

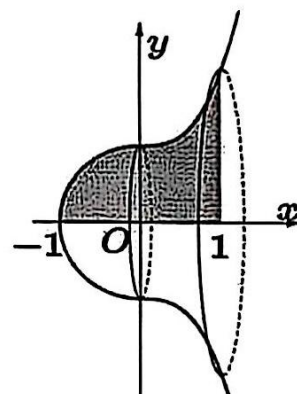
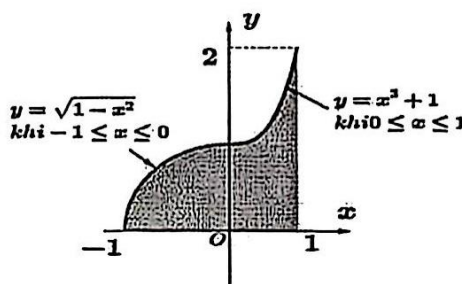
c) Số cách chọn 5 học sinh đều thuộc lớp 10A là 6 cách.

d) Xác suất để chọn 5 học sinh sao cho không tồn tại lớp nào có đúng 1 học sinh được chọn là $\frac{1528}{6783}$.

Câu 4: Chiếc mũ rộng vành được mô hình hóa khi cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số

$$y = f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & \text{khi } -1 \leq x \leq 0 \\ x^3 + 1 & \text{khi } 0 < x \leq 1 \end{cases}, \text{ trục } Ox \text{ và các đường thẳng } x = -1, x = 1 \text{ quay xung quanh trục } Ox$$

(tham khảo hình vẽ). Biết đơn vị trên mỗi trục là dm.



a) Diện tích của hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^1 |\sqrt{1-x^2} + x^3 + 1| dx$.

b) Thể tích của khối tròn xoay trên là $\frac{97}{42} \pi (dm^3)$.

c) Giá trị của hàm số $f(x)$ khi $x = 1$ bằng 2.

d) Vành của chiếc mũ (giao tuyến của mặt tròn xoay cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = 1$) có diện tích bằng $2\pi (dm^2)$.

Phần III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tỷ lệ lạm phát là tỉ lệ phần trăm biểu thị mức tăng chung của giá hàng hóa và dịch vụ trong một khoảng thời gian (thường tính theo năm). Nếu tỉ lệ lạm phát của năm sau so với năm trước là i thì A đồng ở năm trước tương đương với $P = A(1+i)$ đồng ở năm sau.

Ông An gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 6% /năm, theo hình thức lãi kép, tính lãi mỗi năm một lần (tức là lãi của năm trước được nhập vào vốn để tính lãi cho năm sau). Sau 2 năm, ông An nhận cả vốn và lãi. Giả sử trong 2 năm đó, tỉ lệ lạm phát ổn định 4% / năm. Nếu quy đổi theo mức giá tại thời điểm gửi tiền thì số tiền ông An nhận được sau 2 năm tương đương bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 2: Trong một chương trình giao lưu âm nhạc đón tết vui xuân, ban đầu với sự tham dự của 1700 khán giả. Ban tổ chức đã thống kê được số lượng khán giả ở lại sân khấu xem âm nhạc theo thời gian, được mô tả bởi một hàm số liên tục trên $t \in [0; +\infty)$: $f'(t) = \begin{cases} 1700 - 400t, & 0 \leq t \leq 2 \\ a(t-2)^2 + b, & t > 2 \end{cases}$ (trong đó $f'(t)$ là số khán giả, t là

số giờ kể từ khi chương trình bắt đầu, a, b là tham số thực), với hàm số $f(t)$ mô tả tổng sự hiện diện của khán giả theo thời gian t . Sau 2 giờ 30 phút số lượng khán giả ở lại sân khấu là 875. Hỏi từ khi bắt đầu cho đến khi khán giả ra về hết, trung bình mỗi giờ còn bao nhiêu khán giả ở lại tham gia chương trình âm nhạc?

Câu 3: Giả sử số lượng tế bào của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bằng hàm số $P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$ (với $a, b \in \mathbb{R}$), trong đó thời gian t được tính bằng giờ.

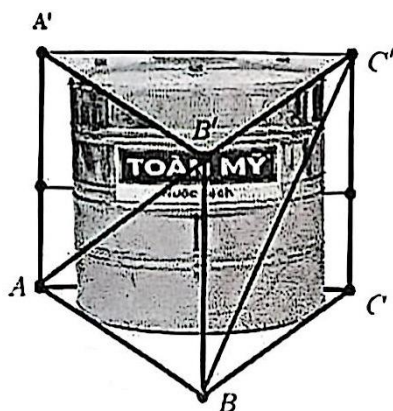
Đạo hàm của hàm số $y = P(t)$ biểu thị tốc độ sinh trưởng của nấm men (tính bằng tế bào/giờ) tại thời điểm t (giờ). Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 24 tế bào và tốc độ sinh trưởng là 8 tế bào/giờ. Sau một thời gian về lâu dài thì số lượng tế bào của quần thể nấm men tiến về giá trị bao nhiêu?

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng có phương trình $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+5}{5}$;

$d': \frac{x-1}{a} = \frac{y+1}{b} = \frac{z+4}{c}$, trong đó a, b, c là các số thực khác 0 sao cho các đường thẳng d và d' cắt nhau tại M . Mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 6 = 0$ lần lượt cắt các trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C . Tính thể tích của khối tứ diện $MABC$.

Câu 5: Xếp 8 quyển sách giống nhau vào một giá sách gồm 10 ngăn. Gọi P là xác suất để xếp 8 quyển sách vào 10 ngăn sao cho số quyển sách trong mỗi ngăn không quá 2 quyển sách, có 4 ngăn hoặc 6 ngăn chứa đúng 1 quyển sách và các ngăn liền kề với ngăn chứa 2 quyển sách là ngăn không có quyển sách nào. Tính $12155P$.

Câu 6: Một giàn khung thép đỡ bồn nước sinh hoạt có dạng là hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Để giàn đỡ có kết cấu chắc chắn người ta hàn thêm 1 số thanh sắt (hình vẽ), trong đó có hai thanh $AB' \perp BC'$. Cho biết cạnh đáy của giàn đỡ $AB = 2(m)$. Tính thể tích $V(m^3)$ của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
Giám thị không giải thích gì thêm.

Phần	Câu	0101	0102	0103	0104	0105	0106	0107	0108
PHẦN I	1	B	C	D	C	D	A	D	A
	2	D	A	B	D	A	D	A	B
	3	A	C	C	B	B	C	A	B
	4	B	C	C	A	B	D	A	A
	5	B	B	D	A	B	A	D	D
	6	B	B	C	C	B	B	A	C
	7	D	D	C	D	B	C	B	D
	8	B	B	C	B	C	D	B	D
	9	D	C	D	B	B	A	A	C
	10	C	A	C	D	A	A	C	B
	11	C	A	B	D	A	A	A	D
	12	B	C	A	D	D	D	D	B
PHẦN II	1a	D	S	D	D	D	S	S	D
	1b	S	D	D	D	S	D	D	S
	1c	D	D	S	S	D	D	D	D
	1d	D	S	D	D	D	D	D	S
	2a	D	D	D	D	D	S	D	S
	2b	D	S	D	D	D	D	D	D
	2c	S	D	S	S	S	D	S	D
	2d	D	S	D	S	D	S	D	D
	3a	D	D	D	S	D	S	D	S
	3b	S	S	D	D	D	D	S	D
	3c	D	D	S	D	S	D	D	D
	3d	D	D	S	S	D	S	D	S
	4a	S	D	D	D	D	D	D	S
	4b	D	D	D	S	S	S	D	S
	4c	D	S	S	D	S	S	S	D
	4d	S	S	D	S	D	D	S	D
PHẦN III	1	104	13,5	43.2	1050	2,45	1050	104	1050
	2	880	1050	880	13,5	131	106	131	36
	3	43.2	36	131	26,2	43.2	26,2	2,45	13,5
	4	16,5	6,93	2,45	106	880	6,93	880	26,2
	5	131	26,2	104	36	104	13,5	43.2	106
	6	2,45	106	16,5	6,93	16,5	36	16,5	6,93

-----HẾT-----

LỜI GIẢI CHI TIẾT NHỮNG CÂU VẬN DỤNG MÔN TOÁN
KỶ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026

Phần II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 100}{x}$.

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

b) Hàm số $y = f(x)$ không có điểm cực trị.

c) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng có phương trình $y = x - 1$.

d) Xí nghiệp A sản xuất x sản phẩm với tổng chi phí được cho bởi công thức $C(x) = x^2 - x + 100$ (đơn vị ngàn đồng, $x > 1$). Khi đó chi phí sản xuất trung bình của một sản phẩm thấp nhất bằng 19 ngàn đồng.

Lời giải

a) Hàm số xác định khi $x \neq 0$ nên a) **Đúng**

b) Ta có: $y' = \frac{x^2 - 100}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -10 \end{cases}$.

Hàm số có hai điểm cực trị nên b) **Sai**

c) Ta có: $y = x - 1 + \frac{100}{x}$.

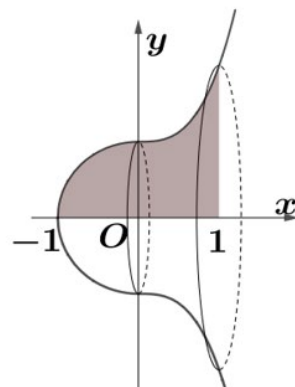
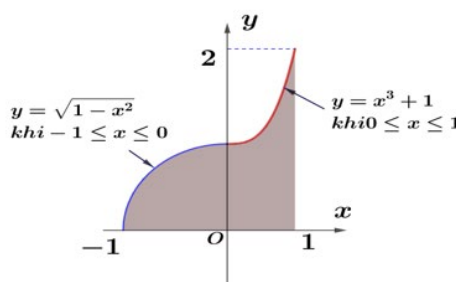
Hàm số có tiệm cận xiên nên c) **Đúng**

d) Chi phí trung bình một sản phẩm là $\frac{C(x)}{x} = x - 1 + \frac{100}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 10$ khi đó chi phí nhỏ nhất bằng 19 ngàn đồng, nên d) **Đúng**

Câu 2. Chiếc mũ rộng vành được mô hình hóa khi cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số

$y = f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & \text{khi } -1 \leq x \leq 0 \\ x^3 + 1 & \text{khi } 0 < x \leq 1 \end{cases}$, trục Ox và các đường thẳng $x = -1$, $x = 1$ quay xung quanh trục Ox

(tham khảo hình vẽ). Biết đơn vị trên mỗi trục là dm.



a) Giá trị của hàm số $f(x)$ khi $x = 1$ bằng 2.

b) Vành của chiếc mũ (giao tuyến của mặt tròn xoay cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = 1$) có diện tích bằng $2\pi (dm^2)$.

c) Diện tích của hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^1 \left| \sqrt{1-x^2} + x^3 + 1 \right| dx$.

d) Thể tích của khối tròn xoay trên là $\frac{97}{42} \cdot \pi (dm^3)$.

Bài giải

a) **Đúng.**

Tại $x=1 \Rightarrow f(1)=2$.

b) **Sai.**

Tại $x=1 \Rightarrow y=2$ do đó thiết diện khi cắt mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x=1$ có bán kính bằng 2.

Vậy Diện tích của thiết diện bằng $4\pi (dm^2)$.

c) **Sai.**

Diện tích của hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^0 \left| \sqrt{1-x^2} \right| dx + \int_0^1 \left| x^3 + 1 \right| dx$.

d) **Đúng.**

Thể tích của khối tròn xoay trên là $V = \pi \int_{-1}^0 (1-x^2) dx + \pi \int_0^1 (x^3+1)^2 dx$
$$= \pi \int_{-1}^0 (1-x^2) dx + \pi \int_0^1 (x^6+2x^3+1) dx = \frac{97}{42} \cdot \pi (dm^3).$$

Câu 3. Từ một nhóm học sinh gồm 6 học sinh lớp 10A, 8 học sinh lớp 10B và 7 học sinh lớp 10C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ nhóm học sinh trên?

a) Số cách chọn 5 học sinh đều thuộc lớp 10A là 6 cách.

b) Số cách chọn 5 học sinh tùy ý là 20349 cách.

c) Số cách chọn 5 học sinh có đủ cả ba lớp sao cho số học sinh lớp 10C lớn hơn hai là 1860 cách.

d) Xác suất để chọn 5 học sinh sao cho không tồn tại lớp nào có đúng 1 học sinh được chọn là $\frac{1528}{6783}$.

Lời giải

a) **Đúng.**

Số cách chọn 5 học sinh từ 6 học sinh từ lớp 10A là: $C_6^5 = 6$.

b) **Đúng.**

Số cách chọn 5 học sinh tùy ý từ nhóm 21 học sinh là $C_{21}^5 = 20349$ cách.

c) **Sai.**

Số cách chọn 5 học sinh thỏa mãn là có 1 học sinh lớp 10A, 1 học sinh lớp 10B, 3 học sinh lớp 10C là $C_6^1 C_8^1 C_7^3 = 1680$.

d) **Đúng.**

Do không có lớp nào chọn đúng 1 học sinh nên mỗi lớp chỉ lựa chọn số học sinh thuộc tập hợp $\{0; 2; 3; 4; 5\}$

Vì phải chọn 5 học sinh nên có 2 trường hợp:

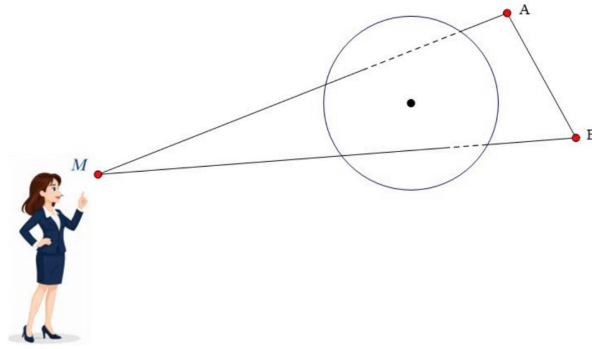
TH1: Chọn 5 học sinh cùng lớp: $C_6^5 + C_8^5 + C_7^5 = 83$

TH2: Chọn ở 2 lớp, một lớp 3 học sinh và 1 lớp 2 học sinh:

$$C_6^2 C_8^3 + C_6^3 C_8^2 + C_6^2 C_7^3 + C_6^3 C_7^2 + C_8^2 C_7^3 + C_8^3 C_7^2 = 4501.$$

Vậy xác suất theo yêu cầu là $P = \frac{4501+83}{C_{21}^5} = \frac{4584}{20349} = \frac{1528}{6783}.$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mắt một người quan sát đặt tại điểm $M(1; 2; 3)$ và quan sát một thanh AB với $A(7; 8; -3), B(2; 3; -3)$. Một tấm bìa cứng có dạng hình tròn thuộc mặt phẳng (Oxy) có tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính R và che khuất hoàn toàn thanh AB đối với người quan sát tại điểm M .



a) Vector $\overrightarrow{MA} = (6; 6; -6)$.

b) Phương trình đường thẳng $MA: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 3 - t \end{cases}$

c) Đường thẳng AB tạo với mặt phẳng chứa tấm bìa một góc 30° .

d) Tấm bìa có bán kính nhỏ nhất bằng $\sqrt{41}$.

Lời giải

a) **Đúng** Vector $\overrightarrow{MN} = (6; 6; -6)$.

b) **Đúng:** Phương trình đường thẳng $MA: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t (t \in \mathbb{R}). \\ z = 3 - t \end{cases}$

c) **Sai:** Ta có $\overrightarrow{AB} = (-5; -5; 0)$, vector pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) là $\vec{n} = (0; 0; 1)$

Mà $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0$ nên đường thẳng AB song song với mặt phẳng (Oxy)

d) **Đúng:** Đường thẳng MA cắt tấm bìa cứng tại điểm $H(4, 5, 0)$.

Đường thẳng MB cắt tấm bìa cứng tại điểm $K(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 0)$.

$$R \geq \max \{OH, OK\} = \sqrt{41}.$$

Phần III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Xếp 8 quyển sách giống nhau vào một giá sách gồm 10 ngăn. Gọi P là xác suất để xếp 8 quyển sách vào 10 ngăn sao cho số quyển sách trong mỗi ngăn không quá 2 quyển sách, có 4 ngăn hoặc 6 ngăn chứa đúng 1 quyển sách và các ngăn liền kề với ngăn chứa 2 quyển sách là ngăn không có quyển sách nào. Tính $12155P$

A. 131**Lời giải**

$$+ n(\Omega) = C_{17}^9.$$

Gọi x, y, z là số ngăn chứa 0,1,2 quyển sách. Ta có:
$$\begin{cases} x + y + z = 10 \\ y + 2z = 8 \\ y \in \{4; 6\} \end{cases}$$

Bài toán xếp 8 quyển sách vào 10 ngăn phân biệt tương đương với việc tìm số hoán vị của dãy số gồm x số 0, y số 1 và z số 2.

Điều kiện “các ngăn kề nhau chứa 2 quyển là ngăn rỗng” khi và chỉ khi các số 2 phải nằm cách nhau bởi ít nhất một số 0.

Trường hợp 1: $y = 4 \Rightarrow z = 2, x = 4$

- Sắp xếp 4 số 0 thành hàng ngang tạo 5 khoảng trống.

- Chọn 2 trong 5 khoảng để đặt số 2: $C_5^2 = 10$.

- Xếp 4 số 1 vào 3 khoảng trống còn lại: $C_6^3 = 15$.

$\Rightarrow$ Có 150 cách.

Trường hợp 2: $y = 6 \Rightarrow z = 1, x = 3$

- Sắp xếp 3 số 0 thành hàng ngang tạo 4 khoảng trống.

- Chọn 1 trong 4 khoảng để đặt số 2: $C_4^1 = 4$.

- Xếp 6 số 1 vào 3 khoảng trống còn lại: $C_8^3 = 28$.

$\Rightarrow$ Có 112 cách.

Tổng số cách thỏa mãn yêu cầu là: $150 + 112 = 262$.

$$\text{Vậy } P = \frac{262}{C_{17}^9} = \frac{262}{24310} = \frac{131}{12155}$$

Câu 2. Trong một chương trình giao lưu âm nhạc đón tết vui xuân, ban đầu với sự tham dự của 1700 khán giả. Ban tổ chức đã thống kê được số lượng khán giả ở lại sân khấu xem âm nhạc theo thời gian, được mô tả

bởi một hàm số liên tục trên $t \in [0; +\infty)$:
$$f'(t) = \begin{cases} 1700 - 400t, & 0 \leq t \leq 2 \\ a(t-2)^2 + b, & t > 2 \end{cases} \quad (\text{trong đó } f'(t) \text{ là số khán giả, } t \text{ là}$$

số giờ kể từ khi chương trình bắt đầu, a, b là tham số thực), với hàm số $f(t)$ mô tả tổng sự hiện diện của khán giả theo thời gian t . Sau 2 giờ 30 phút số lượng khán giả ở lại sân khấu là 875. Hỏi từ khi bắt đầu cho đến khi khán giả ra về hết, trung bình mỗi giờ còn bao nhiêu khán giả ở lại tham gia chương trình âm nhạc?

A. 880**Lời giải**

- Do hàm số $f'(t)$ liên tục trên $t \in [0; +\infty)$ nên $f'(t)$ liên tục tại $t = 2$.

$$\text{Từ đó } \lim_{t \rightarrow 2^-} f'(t) = \lim_{t \rightarrow 2^+} f'(t) = f'(2)$$

$$\Leftrightarrow \lim_{t \rightarrow 2^-} (1700 - 400t) = \lim_{t \rightarrow 2^+} (a(t-2)^2 + b)$$

$$\Leftrightarrow b = 900$$

- Tại $t = \frac{5}{2}$, ta có $a\left(\frac{5}{2} - 2\right)^2 + 900 = 875 \Leftrightarrow a = -100$

- Thời điểm khán giả ra về hết khi $f'(t) = 0$

+ Nếu $0 \leq t \leq 2$ thì $f'(t) = 0 \Rightarrow 1700 - 400t = 0 \Rightarrow t = \frac{17}{4} = 4,25$ (không thỏa mãn).

+ Nếu $t > 2$ thì $f'(t) = 0 \Rightarrow -100(t - 2)^2 + 900 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 5 \end{cases} \Rightarrow t = 5$.

Vậy khán giả sẽ về hết sau 5 giờ kể từ lúc chương trình diễn ra.

- Tổng sự hiện diện của khán giả trong suốt 5 giờ (tích lũy khán giả trong 5 giờ):

$$\begin{aligned} \int_0^5 f'(t) dt &= \int_0^2 (1700 - 400t) dt + \int_2^5 [-100(t - 2)^2 + 900] dt \\ &= 2600 + 1800 = 4400 \end{aligned}$$

Vậy trung bình mỗi giờ có $\frac{4400}{5} = 880$ khán giả ở lại.

Câu 3. Tỷ lệ lạm phát là tỉ lệ phần trăm biểu thị mức tăng chung của giá hàng hóa và dịch vụ trong một khoảng thời gian (*thường tính theo năm*). Nếu tỉ lệ lạm phát của năm sau so với năm trước là i thì A đồng ở năm trước tương đương với $P = A(1 + i)$ đồng ở năm sau.

Ông An gửi vào ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 6%/năm, theo hình thức lãi kép, tính lãi mỗi năm một lần (*tức là lãi của năm trước được nhập vào vốn để tính lãi cho năm sau*). Sau 2 năm, ông An nhận cả vốn và lãi. Giả sử trong 2 năm đó, tỉ lệ lạm phát ổn định 4%/năm. Nếu quy đổi theo **mức giá tại thời điểm gửi tiền** thì số tiền ông An nhận được sau 2 năm **tương đương bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?**

Lời giải

Số tiền Ông An nhận được sau 2 năm là: $100(1 + 6\%)^2 = 112,36$ triệu đồng

Tỉ lệ lạm phát 4%/năm nên số tiền sau 2 năm khi quy đổi theo mức giá ban đầu là

$$A = \frac{112,36}{(1 + 4\%)^2} = 103,88 \text{ triệu đồng.}$$

Vậy số tiền nhận được tương đương với 104 triệu đồng so với thời điểm gửi tiền.

Câu 4. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng có phương trình $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+5}{5}$;

$d': \frac{x-1}{a} = \frac{y+1}{b} = \frac{z+4}{c}$, trong đó a, b, c là các số thực khác 0 sao cho các đường thẳng d và d' cắt nhau

tại M . Mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 6 = 0$ lần lượt cắt các trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C . Tính thể tích của khối tứ diện $MABC$.

A. 16,5.

Lời giải

+ Theo đề bài, ta có $A(3;0;0)$, $B(0;6;0)$, $C(0;0;-3)$, nên từ đó tính được $S_{\Delta ABC} = \frac{27}{2}$.

+ Theo bài ra, ta có được $\overrightarrow{u_d} = (3;4;5)$, $\overrightarrow{n_{(P)}} = (2;1;-2)$ nên $\overrightarrow{u_d} \cdot \overrightarrow{n_{(P)}} = 2.3 + 1.4 + (-2).5 = 0$, suy ra đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) .

+ Lấy điểm $I(2;1;-5)$ thuộc đường thẳng d .

Khi đó, ta có $h = d(M;(P)) = d(d;(P)) = d(I;(P)) = \frac{|2.2 + 1.1 - 2.(-5) - 6|}{\sqrt{9}} = \frac{11}{3}$ (do $h > 0$ nên $MABC$ là một tứ diện).

+ Ta biết $h = d(M;(P)) = d(M;(ABC))$, do đó $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{11}{3} \cdot \frac{27}{2} = 16,5$.

Câu 5. Giả sử số lượng tế bào của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bằng hàm số $P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$ (với $a, b \in \mathbb{R}$), trong đó thời gian t được tính bằng giờ.

Đạo hàm của hàm số $y = P(t)$ biểu thị tốc độ sinh trưởng của nấm men (tính bằng tế bào/giờ) tại thời điểm t (giờ). Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 24 tế bào và tốc độ sinh trưởng là 8 tế bào/giờ. Sau một thời gian về lâu dài thì số lượng tế bào của quần thể nấm men tiến về giá trị bao nhiêu?

A. 43.2

Lời giải

Theo đề bài ta có tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 24 tế bào và tốc độ sinh trưởng là 8 tế bào/giờ suy ra $P(0) = 24$ và $P'(0) = 8$, ta có hệ phương trình sau:

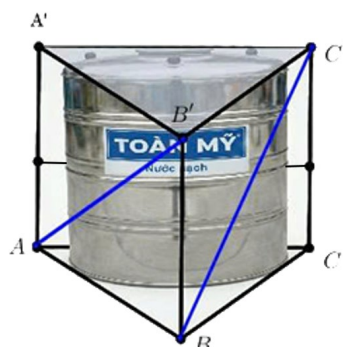
$$\begin{cases} \frac{a}{b+1} = 24 \\ \frac{0,75a}{(b+1)^2} = 8 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b+1} \cdot \frac{0,75a}{(b+1)^2} = 8 \Rightarrow \frac{b+1}{0,75} = 3 \Rightarrow b = \frac{5}{4} \Rightarrow a = 54.$$

Xét hàm số $P'(t) = \frac{0,75a \cdot e^{-0,75t}}{(b + e^{-0,75t})^2} > 0, \forall t \geq 0$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{54}{1,25 + e^{-0,75t}} = 43.2$$

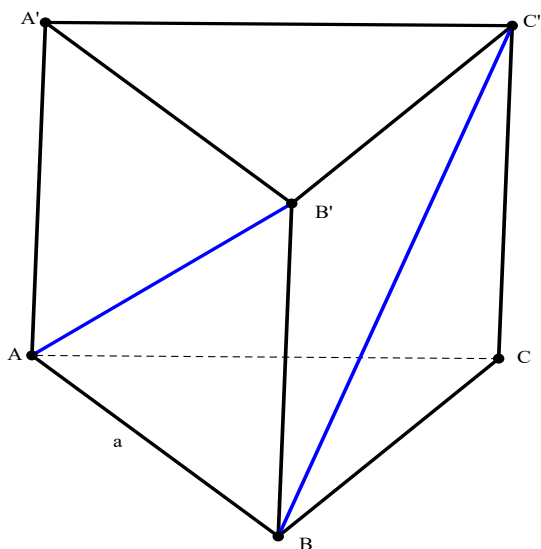
Câu 6. Một giàn khung thép đỡ bồn nước sinh hoạt có dạng là hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Để giàn đỡ có kết cấu chắc chắn người ta hàn thêm 1 số thanh sắt (hình vẽ), trong đó có hai thanh $AB' \perp BC'$.

Cho biết cạnh đáy của giàn đỡ $AB = 2(m)$. Tính thể tích $V(m^3)$ của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



A. 2,45.

Lời giải



Ta có $AB' \perp BC' \Leftrightarrow \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} = 0$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'}) \cdot (\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'C'}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{B'C'} = 0$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + BB'^2 = 0 \text{ (do } \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BB'}, \overrightarrow{BB'} \perp \overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B'C'})}$$

$$\Leftrightarrow BB'^2 = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow BB'^2 = |\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cos 60^\circ \Leftrightarrow BB'^2 = \frac{2^2}{2} = 2 \Leftrightarrow BB' = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2 = \sqrt{2}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot BB' = \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6} = 2,45 (m^3).$$

Cách 2: Tọa độ hóa